

Часть 6. Графы

Все задачи взяты из книги В.Н.Касьянова «Курс программирования на Паскале в задачах и упражнениях» (Новосибирск, НГУ, 2001).

Общие требования по реализации программ

Ограничение на количество вершин графа: $N \leq 100$. Входные данные читаются из файла `input.txt`, граф в файле задаётся в виде списка рёбер, причём одна строка задаёт одно ребро:

- по 2 числа в строке: начальная вершина, конечная вершина — для невзвешенного графа;
- по 3 числа в строке: начальная вершина, конечная вершина, вес ребра — для взвешенного графа.

Это не означает, что вы и в программе должны работать со списками. Если вам удобно, сразу при чтении файла заполняйте матрицу смежности $N \times N$ и работайте с ней. Главное — чтобы при тестировании программы во входной файл не нужно было вводить никаких матриц.

Задачи

1. Абрамов Егор

Проверьте, содержит ли данный связный неориентированный граф хотя бы одну *точку сочленения*, т.е. вершину, при удалении которой из графа в графе увеличивается количество компонент связности.

2. Васечко Алёна

Даны неориентированный взвешенный граф и натуральное число k . Найдите все вершины графа, расстояние от которых до первой вершины графа равно k .

3. Григорьев Александр

Для данного связного неориентированного взвешенного графа $G = (V, E)$ найдите *диаметр графа*:

$$D(G) = \max_{\{i,j\} \in E} L(i, j),$$

где $L(i, j)$ — длина кратчайшего пути между вершинами i и j .

4. Зуев Пётр

В данном связном неориентированном взвешенном графе найдите длины кратчайших путей между всеми парами вершин.

5. Колонтаев Станислав

Даны связный неориентированный взвешенный граф и натуральное число k . Выясните, есть ли в данном графе вершина, расстояние от которой до каждой вершины не превышает k .

6. Саввина Марина

Найдите все вершины данного неориентированного графа, недостижимые из первой вершины.

7. Сафрошкина Дарья

Подсчитайте количество компонент связности в данном неориентированном графе.

8. Тулакин Александр

Дан связный неориентированный взвешенный граф. Найдите вершину графа, сумма длин кратчайших путей от которой до всех остальных вершин графа минимальна.

9. Тупоногов Илья

Дан связный неориентированный взвешенный граф. Найдите кратчайшие пути от первой вершины до всех остальных вершин графа.

10. Юркова Виктория

Правильной раскраской вершин графа $G = (V, E)$ в k цветов называется такое отображение $c : V \rightarrow \{1 \dots k\}$, что

$$c(i) \neq c(j) \text{ для любого ребра } \{i, j\} \in E.$$

Число $c(i)$ называется *цветом* вершины i . Выясните, можно ли раскрасить данный неориентированный граф в 2 цвета, и выведите эту раскраску, если можно.

11. Рассказова Диана

Дан связный неориентированный граф. Определите, содержит ли он хотя бы один *мост*, т.е. ребро, при удалении которого в графе увеличивается количество компонент связности.